Baccalauréat ES Pondichéry juin 2002

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On donne les valeurs d'un indice boursier au premier de chaque mois entre janvier et septembre 2001.

Date	1/01	1/02	1/03	1/04	1/05	1/06	1/07	1/08	1/09
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indice y_i	7100	6900	6800	6600	6500	6350	6400	6250	6000

Les calculs seront effectués à l'aide de la calculatrice. Aucun détail de ces calculs n'est demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i,\ y_i\right)$. On prendra 1 cm pour deux unités en abscisse et 1 cm pour 200 points d'indice en ordonnées, en commençant au point (0 ; 5 000).
2. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i,\ y_i\right)$ arrondi à 0,01.
3. On considère que ce coefficient justifie un ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x (les c ?fficients étant arrondis à 0,01). Tracer D dans le repère.
4. On suppose que la tendance se poursuit.
   a. En utilisant cet ajustement, donner une estimation à 10 points près de cet indice boursier au 1$^{\text{er}}$ janvier 2002.
   b. Calculer le mois à partir suquel on peut estimer que cet indice sera inférieur à 5 000. Comment peut-on vérifier ce résultat graphiquement ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un jardinier propose ses services pour la plantation de la pelouse dans un lotissement nouvelllement construit. Il dispose de deux produits : soit un gaézon sport, soit un gazon anglais.

Parmi les foyers du lotissement, 60 % se déclarent intéressés par cette offre ; cependant le jardinier sait par expérience que, parmi ceux qui se disent intéressés, 50 % se décident pour le gazon sport, 30 % pour le gazon anglais, les autres renonçant finalement à faire appel à lui.

On note :

I l'évènement « le foyer est intéressé » ;
S l'évènement « le foyer prend du gazon sport » ;
A l'évènement « le foyer prend le gazon anglais » ;
R l'évènement « le foyer renonce à faire appel au jardinier ».

Un foyer du lotissement est pris au hasard.

1. Calculer les probabilités des évènements suivants :
   - « le foyer est intéressé et prend du gazon sport » soit $\mathrm{I} \cap \mathrm{S}$;
   - $\mathrm{I} \cap \mathrm{A}$;
   - $\mathrm{I} \cap \mathrm{R}$.
2. Calculer la probabilité que le jardinier ne plante pas la pelouse dans ce foyer.
3. La plantation du gazon sport est facturée 2 000 € et celle du gazon anglais s €. On appelle X la variable aléatoire égale au montant (qui peut être nul) versé au jardinier par un foyer pris au hasard dans le lotissement.

a. Donner la loi de probabilité de X.

b. Exprimer l'espérance mathématique de X en fonction de s.

c. Calculer s pour que le jardinier espère gagner en moyenne 1 200 € par foyer dans ce lotissement.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit M la matrice carrée d'ordre 5 :

$$\mathrm{M} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Construire le graphe associé à M. On appelllera A, B, C, D, E les sommets.
Ce graphe est-il connexe ? Est-il complet ?

2. Existe-t-il une chaîne eulérienne ?
Existe-t-il un cycle eulérien ?

3. Donner un encadrement du nombre chromartique du graphe et déterminer sa valeur.

4. **a.** Calculer M^2.

b. Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 2 entre A et B ? Entre C et A ?

5. Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 3 entre B et D ?

PROBLÈME **11 points**

Commun à tous les candidats

Une société d'achats en ligne veut analyser le déroulement d'une vente promotionnelle « flash » qu'elle a organisée sur l'Internet.
Cette vente, d'une durée annoncée de trois minutes, a provoqué sur son site un flux financier que l'on peut supposer continu et dont la vitesse instantanée a été variable en fonction du temps.
On a pu modéliser cette vitesse pendant les trois minutes de l'ouverture du site par la fonction f définie par

$$f(t) = 20t\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}$$

où t est le temps exprimé en minutes ($t \in [0\,;\,3]$) et $f(t)$ est la vitesse instantanée de ce flux, exprimée en milliers d'euros par minute.
Sauf indication contraire, les résultats numériques seront arrondis au millième.

Partie A

Étude de la vitesse instantanée pendant les trois minutes de la vente.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.

2. Démontrer que la vitesse admet un maximum. Donner un arrondi au millième de ce maximum.

3. Dessiner la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f dans un repère orthogonal (unités : 5 cm en abscisse, 1 cm en ordonnées) et préciser la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 (on calculera son c ?fficient directeur).

Partie B

Détermination de la vitesse moyenne pendant les trois minutes de la vente.

1. Vérifier que la fonction F définie sur $[0\,;3]$ par

$$F(t) = -20\text{e}^{-\frac{t^2}{2}}$$

   est une primitive de f sur $[0\,;3]$.

2. En déduire l'aire du domaine plan limité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_f$ et les droites d'équations $t = 0$ et $t = 3$ exprimée en unités d'aire, puis en cm^2.
3. Quelle est la valeur moyenne de f sur $[0\,;3]$?
4. Quelle a été la somme totale transférée à la fin des trois minutes (à un euro près) ?

Partie C

Au cours des trois minutes, la somme d'argent transférée en fonction du temps écoulé (exprimée en milliers d'euros) est représentée par la fonction g définie par :

$$g(t) = 20 - 20\text{e}^{-\frac{t^2}{2}}, \qquad \text{avec } t \in [0\ ;\ 3].$$

1. Étudier les variations de g.
2. Tracer la courbe représentative de g et la tangente au point d'abscisse 0 dans le repère précédent.
3. On veut savoir à partir de quel instant t_0 il y a eu au moins 18 000 euros transférés.

   a. Donner un encadrement d'amplitude 0,1 de t_0 en utilisant le graphique.

   b. Résoudre l'inéquation $g(t) \geqslant 18$. En déduire une expression de la valeur exacte de t_0 et sa valeur approchée à une seconde près par excès.